Université A. Assaâdi
Faculté des Sciences
Département de Math.

SMA - SMI
Algèbre S_1
2007/2008

Contrôle 1. durée 1h30

Documents sont interdits

Exercice 1 : Déterminer le module et l'argument des nombres complexes suivants : $z_1 = 1 + e^{i\theta}$ avec $\theta \in [0, 2\pi[$

$$z_2 = \sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}$$

Exercice 2 : a/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$z^2 + 2(1-i)z - 6i = 0$$

b/ En déduire la résolution de l'équation :

$$(Z^2 + 2Z)^2 + (2Z + 6)^2 = 0$$

Exercice 3 : Soit E un ensemble fini non vide et φ une application de $\mathcal{P}(E)$ dans $\mathcal{P}(E)$ vérifiant :

(1) $\varphi(\emptyset) = \emptyset$

(2) $\forall A, B \in \mathcal{P}(E)$ $\varphi(A \cup B) = \varphi(A) \cup \varphi(B)$

(3) $\forall A \in \mathcal{P}(E)$ $\text{card}(A) \leq \text{card}\, \varphi(A)$.

a) Démontrer que : $\forall A, B \in \mathcal{P}(E)$ on a :

- i) $A \subset B \Rightarrow \varphi(A) \subset \varphi(B)$
- ii) $\varphi(A \cap B) \subset \varphi(A) \cap \varphi(B)$

b) Une partie A de E est dite normale pour φ si et seulement si $\text{card}(A) = \text{card}\, \varphi(A)$.

- i) Montrer que $\varphi(E) = E$
- ii) Montrer que si A et B sont deux parties normales de E, alors $A \cup B$ et $A \cap B$ sont normales et que $\varphi(A \cap B) = \varphi(A) \cap \varphi(B)$.

T. S. V.

Exercice 4 : a) Soit α un nombre réel, résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z\cos\alpha + 1 = 0$

b) En déduire la forme trigonométrique des solutions de l'équation : $z^{2n} - 2z^n\cos\alpha + 1 = 0$ dans laquelle n est un entier naturel non nul donné.

Exercice 5 : Soit a, b, c trois réels tels que :

$\cos a + \cos b + \cos c = 0$ et $\sin a + \sin b + \sin c = 0$

-) Montrer que :

$\cos 2a + \cos 2b + \cos 2c = 0$ et $\sin 2a + \sin 2b + \sin 2c = 0$

(Conseils)

Considérer les nombres complexes e^{ia}, e^{ib}, e^{ic}




ETUSUP.com